**Questão 1)**

**a)**

Para a função:, temos:

Termo dominante: , pois cresce muito mais que os outros, principalmente considerando números muito grandes.

Pela definição do Big , queremos encontrar constantes e ​ tais que (∀ = p/ todo):

∀ ≥ . Neste caso, . Então,

Ou seja, precisamos garantir que:

Para garantir essa desigualdade, podemos tomar um C suficientemente grande para cobrir todos os termos adicionais. Por exemplo, para n ≥ 10:

* ∀ ≥ 10
* ∀ ≥ 10
* ∀ ≥ 10

Portanto,

Para um C suficientemente grande,

Logo, , para ≥ 10.

A complexidade assintótica da função é com e

**b)**

Para a função:, temos:

Termo dominante:

* ∀ ≥ 2
* ∀ ≥ 2

Portanto,

Logo, a complexidade assintótica da função é com e

**c)**

Para a função:, temos:

Termo dominante: , pois é maior que e cresce muito devagar.

* ∀ ≥ 10
* ∀ ≥ 10
* ∀ ≥ 10

Portanto,

Logo, a complexidade assintótica da função é com e

**Questão 2)**

**a)** VERDADEIRO

Tomando: e

e

**b)** VERDADEIRO

Tomando: e

e

**c)** FALSO

Tomando:

Dividindo por n:

Mas para → , cresce indefinidamente, enquanto é uma constante fixa. Isso é um absurdo, então a afirmação é falsa.

**d)** VERDADEIRO

e

∀ ≥ 1

**e)** VERDADEIRO

e

∀ ≥ 1

**Questão 3)**

**Passo 1**: Determinar   
O termo de maior ordem é . A constante pode ser ignorada na notação assintótica. Portanto:

**Passo 2:** Determinar

Para , temos e . Logo, . Portanto, escolhendo e , a condição da notação Big Omega é satisfeita. Como é tanto quanto Ω, ela é .

**Passo 3:** Determinar

Como o termo dominante de e os outros termos crescem mais lentamente, podemos dizer que a função cresce na mesma ordem de .

**Passo 1**: Determinar   
 Sim, é . Para , temos . Portanto, . Escolhendo e , a condição para Big é satisfeita.

**Passo 2:** Determinar

Para , temos . Portanto, . Escolhendo e , a condição para Ω é satisfeita.

**Passo 3:** Determinar

Como é tanto quanto , ela é .

**Passo 1**: Determinar   
O termo dominante aqui é , já que o crescimento exponencial supera o crescimento polinomial ( e ) para valores suficientemente grandes de n.

Podemos dizer que existe uma constante , ​ um valor tal que para todo ​ temos

**Passo 2:** Determinar

Encontrar e tal que ∀ tenhamos:

. Pegando e . Portanto,

**Passo 3:** Determinar : Como é tanto quanto , ela é .

**d)**

**Passo 1**: Determinar

A função é . Isso porque o crescimento da função é limitado superiormente por um múltiplo constante de . Podemos encontrar um e um ​ tal que ∀ ​, tenhamos . Então, se , ∀ , teremos . Portanto, . e

**Passo 2:** Determinar

A função também é . Isso significa que o crescimento da função é limitado inferiormente por um múltiplo constante de. Precisamos encontrar e ​ tal que ∀ , tenhamos . Pegando e

Então, podemos escolher . Portanto, e .

**Passo 3:** Determinar

Como é tanto quanto , ela é .

**Questão 4)**

Análise o algoritmo abaixo e identifique o pior caso usando a notação Assintótica:

Exibe\_matriz\_30[M]

FOR 𝑖 ← 1 to comprimento\_x{M]

FOR 𝑗 ← 1 to comprimento\_y{M]

FOR 𝑘 ← 1 to comprimento\_z[M]

Do descreva (M[i][j][k])

A complexidade de tempo do algoritmo no pior caso é O(nx . ny . nz)

**Questão 5)**

Para os pares de funções seguintes indique se é verdadeira ou falsa cada uma das seguintes afirmações: 𝑓(𝑛) ∈ 𝑂(𝑔(𝑛)), 𝑓(𝑛) ∈ Ω(𝑔(𝑛)) 𝑒 𝑓(𝑛) ∈ 𝜃(𝑔(𝑛)).

**a)** 𝑓(𝑛) = 2𝑛 3 − 10𝑛 2 ; 𝑔(𝑛) = 25𝑛 2 + 37n

f(n)∈/O(g(n)): Falso, pois f(n) não é limitada superiormente por g(n). Não existe uma constante c que satisfaça 2n3 −10n2 ≤c⋅(25n2 +37n) para todo n suficientemente grande.

f(n)∈Ω(g(n)): Verdadeiro, pois f(n) cresce mais rápido que g(n). Existe uma constante c que satisfaz 2n3 −10n2 ≥c⋅(25n2+37n) para todo n suficientemente grande.

f(n)∈/Θ(g(n)): Falso, porque o crescimento de f(n) e g(n) não é idêntico. Eles não crescem na mesma taxa.

**b)** 𝑓 (𝑛) = 56; 𝑔(𝑛) = 𝑙𝑜𝑔2 30

f(n)∈O(g(n)): Verdadeiro, pois o crescimento de f(n) é no máximo igual ao de g(n). Existe uma constante c tal que 56≤c⋅log302 para todo n (já que não dependem de n).

f(n)∈Ω(g(n)): Verdadeiro, pois f(n) também cresce no mesmo ritmo que g(n) (ambos constantes). Existe uma constante c tal que 56≥c⋅log302 para todo n.

f(n)∈Θ(g(n)): Verdadeiro, já que f(n) e g(n) crescem exatamente na mesma taxa (ambas são constantes).

**c)** 𝑓(𝑛) = 𝑙𝑜𝑔3 𝑛 ; 𝑔(𝑛) = 𝑙𝑜𝑔2 𝑛

f(n)∈O(g(n)): Verdadeiro, pois f(n) cresce no máximo tão rápido quanto g(n). Existe uma constante c tal que log3(n)≤c⋅log2(n) para todo n suficientemente grande.

f(n)∈Ω(g(n)): Verdadeiro, pois f(n) também cresce no mínimo tão rápido quanto g(n). Existe uma constante c tal que log3(n)≥c⋅log2(n) para todo n suficientemente grande.

f(n)∈Θ(g(n)): Verdadeiro, já que f(n) e g(n) têm crescimento idêntico.

**d)** 𝑓(𝑛) = 𝑛 3 ; 𝑔(𝑛) = 3 𝑛

f(n)∈O(g(n)): Verdadeiro, pois f(n) cresce mais lentamente que g(n). Existe uma constante c tal que n3 ≤c⋅3n para todo n suficientemente grande.

f(n)∈Ω(g(n)): Falso, pois f(n) não cresce no mínimo tão rápido quanto g(n). Não existe uma constante c que satisfaça n3 ≥c⋅3n para todo n suficientemente grande.

f(n)∈Θ(g(n)): Falso, pois f(n) e g(n) não têm o mesmo crescimento.

**e)** 𝑓(𝑛) = 𝑛!; 𝑔(𝑛) = 2n

f(n)∈O(g(n)): Falso, pois f(n) cresce mais rápido que g(n). Não existe uma constante c que satisfaça n!≤c⋅2n para todo n suficientemente grande.

f(n)∈Ω(g(n)): Verdadeiro, pois f(n) cresce no mínimo tão rápido quanto g(n). Existe uma constante c tal que n!≥c⋅2n para todo n suficientemente grande.

f(n)∈Θ(g(n)): Falso, pois não há crescimento idêntico.